



Первый проректор-проректор по учебной работе

25" 09 2026 г.

**Б1.О.03.06 «Случайные процессы»**

|                                              |                                                                               |
|----------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|
| Код и направление подготовки (специальность) | 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем |
| Направленность (профиль)                     | Анализ данных в бизнес-аналитике                                              |
| Квалификация                                 | Бакалавр                                                                      |
| Форма обучения                               | Очная                                                                         |
| Год начала подготовки                        | 2026                                                                          |
| Институт / факультет                         | Институт инженерно-экономического и гуманитарного образования                 |
| Выпускающая кафедра                          | кафедра "Высшая математика"                                                   |
| Кафедра-разработчик                          | кафедра "Высшая математика"                                                   |
| Объем дисциплины, ч. / з.е.                  | 108 / 3                                                                       |
| Форма контроля (промежуточная аттестация)    | Зачет с оценкой                                                               |

## Содержание

|                                                                                                                                                                                                                                    |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы .....                                                                             | 4  |
| 2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы .....                                                                                                                                                           | 5  |
| 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся ..... | 5  |
| 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам), с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий .....                                                              | 6  |
| 4.1 Содержание лекционных занятий .....                                                                                                                                                                                            | 6  |
| 4.2 Содержание лабораторных занятий .....                                                                                                                                                                                          | 7  |
| 4.3 Содержание практических занятий .....                                                                                                                                                                                          | 7  |
| 4.4. Содержание самостоятельной работы .....                                                                                                                                                                                       | 9  |
| 5. Перечень учебной литературы и учебно-методического обеспечения по дисциплине (модулю) .....                                                                                                                                     | 9  |
| 6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения .....                                                            | 10 |
| 7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», профессиональных баз данных, информационно-справочных систем .....                                                                                        | 10 |
| 8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю) .....                                                                                                     | 10 |
| 9. Методические материалы .....                                                                                                                                                                                                    | 11 |
| 10. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) .....                                                                                                                                                                            | 12 |

**1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

| Наименование категории (группы) компетенций                       | Код и наименование компетенции                                                                                                                                                                                                      | Код и наименование индикатора достижения компетенции                                                                         | Результаты обучения (знать, уметь, владеть, соотнесенные с индикаторами достижения компетенции)                      |
|-------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Общепрофессиональные компетенции                                  |                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                              |                                                                                                                      |
| Теоретические и практические основы профессиональной деятельности | ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности                                                                   | ОПК-1.1 Знать: алгебраические, теоретико-вероятностные и статистические методы для использования в анализе больших данных    | Знать алгебраические, теоретико-вероятностные и статистические методы для использования в анализе больших данных.    |
|                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                     | ОПК-1.2 Уметь: строить математические модели, отражающие закономерности и взаимосвязи между факторами больших данных         | Уметь строить математические модели, отражающие закономерности и взаимосвязи между факторами больших данных.         |
|                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                     | ОПК-1.3 Владеть: алгебраическими, теоретико-вероятностными и статистическими понятиями для построения математических моделей | Владеть алгебраическими, теоретико-вероятностными и статистическими понятиями для построения математических моделей. |
|                                                                   | ОПК-2 Способен применять современный математический аппарат, связанный с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности | ОПК-2.1 Знать: вычислительные алгоритмы оптимизации и численные методы решения больших линейных систем                       | Знать вычислительные алгоритмы оптимизации и численные методы решения больших линейных систем.                       |
|                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                              |                                                                                                                      |

|  |  |                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                             |
|--|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  | ОПК-2.2 Уметь:<br>реализовывать различные математические модели (в том числе регрессионные) в виде вычислительных алгоритмов                                        | Уметь реализовывать различные математические модели (в том числе регрессионные) в виде вычислительных алгоритмов.                                           |
|  |  | ОПК-2.3 Владеть: навыками скользящего контроля алгоритма, настроенного на обучающей выборке, и навыками регуляризации алгоритма для предотвращения его переобучения | Владеть навыками скользящего контроля алгоритма, настроенного на обучающей выборке, и навыками регуляризации алгоритма для предотвращения его переобучения. |

## 2. Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы: **базовая часть**

| Код компетенции | Предшествующие дисциплины                                                                                                              | Параллельно осваиваемые дисциплины                   | Последующие дисциплины                                                                                    |
|-----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1           | Алгебра; Дифференциальные уравнения; Математический анализ; Теория вероятностей; Теория графов; Теория функций комплексной переменной  | Математическая статистика                            | Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы; Уравнения математической физики |
| ОПК-2           | Вычислительная линейная алгебра; Дискретная математика; Методы оптимизации и исследования операций; Теория вероятностей; Теория графов | Вычислительная математика; Математическая статистика | Подготовка к процедуре защиты и защита выпускной квалификационной работы                                  |

## 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

| Вид учебной работы                                           | Всего часов / часов в электронной форме | 5 семестр часов / часов в электронной форме |
|--------------------------------------------------------------|-----------------------------------------|---------------------------------------------|
| <b>Аудиторная контактная работа (всего),</b><br>в том числе: | 32                                      | 32                                          |
| Лекции                                                       | 16                                      | 16                                          |
| Практические занятия                                         | 16                                      | 16                                          |
| <b>Внеаудиторная контактная работа, КСР</b>                  | 4                                       | 4                                           |
| <b>Контроль</b>                                              | 36                                      | 36                                          |
| <b>Итого: час</b>                                            | 108                                     | 108                                         |
| <b>Итого: з.е.</b>                                           | 3                                       | 3                                           |

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам), с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

| № раздела | Наименование раздела дисциплины                              | Виды учебной нагрузки и их трудоемкость, часы |    |    |     |             |
|-----------|--------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|----|----|-----|-------------|
|           |                                                              | ЛЗ                                            | ЛР | ПЗ | СРС | Всего часов |
| 1         | Основные понятия теории случайных процессов                  | 2                                             | 0  | 2  | 6   | 10          |
| 2         | Гауссовские процессы и броуновское движение                  | 4                                             | 0  | 4  | 8   | 16          |
| 3         | Процессы с независимыми приращениями и стационарные процессы | 4                                             | 0  | 4  | 8   | 16          |
| 4         | Марковские цепи и их приложения                              | 2                                             | 0  | 2  | 6   | 10          |
| 5         | Спектральная теория случайных процессов                      | 4                                             | 0  | 4  | 8   | 16          |
|           | <b>КСР</b>                                                   | 0                                             | 0  | 0  | 0   | 4           |
|           | <b>Контроль</b>                                              | 0                                             | 0  | 0  | 0   | 36          |
|           | <b>Итого</b>                                                 | 16                                            | 0  | 16 | 36  | 108         |

**4.1 Содержание лекционных занятий**

| № занятия        | Наименование раздела                        | Тема лекции | Содержание лекции<br>(перечень дидактических единиц:<br>рассматриваемых подтем, вопросов)                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Количество часов / часов в электронной форме |
|------------------|---------------------------------------------|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| <b>5 семестр</b> |                                             |             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                              |
| 1                | Основные понятия теории случайных процессов | Лекция 1    | Определение случайного процесса как семейства случайных величин. Траектории (реализации) процесса. Классификация: процессы с дискретным и непрерывным временем/пространством состояний. Конечномерные распределения вероятностей. Теорема Колмогорова о согласованных распределениях (без доказательства). Математическое ожидание, ковариационная функция и дисперсия процесса. | 2                                            |
| 2                | Гауссовские процессы и броуновское движение | Лекция 2    | Многомерное нормальное распределение. Характеристическая функция. Определение гауссовского (нормального) процесса через конечномерные распределения.                                                                                                                                                                                                                             | 2                                            |

|                          |                                                              |          |                                                                                                                                                                                                                             |           |
|--------------------------|--------------------------------------------------------------|----------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 3                        | Гауссовские процессы и броуновское движение                  | Лекция 3 | Винеровский процесс (броуновское движение): определение, свойства траекторий (недифференцируемость), свойство независимых приращений. Броуновский мост. Геометрическое броуновское движение как базовая модель цены актива. | 2         |
| 4                        | Процессы с независимыми приращениями и стационарные процессы | Лекция 4 | Процессы Пуассона (простейший поток событий): интенсивность, отсутствие последствия, ординарность. Обобщенные процессы Пуассона. Составной пуассоновский процесс.                                                           | 2         |
| 5                        | Процессы с независимыми приращениями и стационарные процессы | Лекция 5 | Определения стационарности: строгая стационарность и стационарность в широком смысле. Автокорреляционная функция (АКФ) и ее свойства. Ковариационно-стационарные ряды.                                                      | 2         |
| 6                        | Марковские цепи и их приложения                              | Лекция 6 | Дискретные марковские цепи с дискретным временем. Матрица переходных вероятностей. Классификация состояний: возвратность, невозвратность, поглощающие состояния. Эргодические теоремы.                                      | 2         |
| 7                        | Спектральная теория случайных процессов                      | Лекция 7 | Стационарные процессы в широком смысле. Теорема Хинчина-Винера. Спектральное разложение стационарного процесса. Спектральная плотность мощности (СПМ).                                                                      | 2         |
| 8                        | Спектральная теория случайных процессов                      | Лекция 8 | Белый шум и его спектр. Линейные преобразования случайных процессов. Понятие фильтра. Частотная характеристика фильтра.                                                                                                     | 2         |
| <b>Итого за семестр:</b> |                                                              |          |                                                                                                                                                                                                                             | <b>16</b> |
| <b>Итого:</b>            |                                                              |          |                                                                                                                                                                                                                             | <b>16</b> |

#### 4.2 Содержание лабораторных занятий

Учебные занятия не реализуются.

#### 4.3 Содержание практических занятий

| № занятия        | Наименование раздела | Тема практического занятия | Содержание практического занятия (перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов) | Количество часов / часов в электронной форме |
|------------------|----------------------|----------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|
| <b>5 семестр</b> |                      |                            |                                                                                                    |                                              |

|                          |                                                              |                        |                                                                                                                                                                                                                                                                           |           |
|--------------------------|--------------------------------------------------------------|------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 1                        | Основные понятия теории случайных процессов                  | Практическое занятие 1 | Расчет конечномерных распределений для простейших моделей: процесс Бернулли, детерминированный процесс $X(t) = f(t) \cdot \xi$ .<br>• Проверка свойств ковариационной функции на примерах. Построение траекторий дискретных процессов по заданным вероятностям переходов. | 2         |
| 2                        | Гауссовские процессы и броуновское движение                  | Практическое занятие 2 | Решение задач на вычисление характеристик гауссовских процессов (условные распределения, регрессия). Доказательство свойств винеровского процесса (стационарность приращений).                                                                                            | 2         |
| 3                        | Гауссовские процессы и броуновское движение                  | Практическое занятие 3 | Компьютерное моделирование: реализация метода Эйлера-Маруямы для стохастических дифференциальных уравнений. Генерация одной траектории геометрического броуновского движения на Python (NumPy).                                                                           | 2         |
| 4                        | Процессы с независимыми приращениями и стационарные процессы | Практическое занятие 4 | Расчет характеристик потоков событий: интервалы между событиями, вероятность появления $k$ событий за время $t$ . Применение пуассоновских процессов для моделирования потока заявок в системах массового обслуживания (M/M/1).                                           | 2         |
| 5                        | Процессы с независимыми приращениями и стационарные процессы | Практическое занятие 5 | Оценка автокорреляционной функции временного ряда по эмпирическим данным. Тесты на наличие единичного корня (проверка стационарности экономических рядов).                                                                                                                | 2         |
| 6                        | Марковские цепи и их приложения                              | Практическое занятие 6 | Нахождение стационарного распределения для регулярных цепей Маркова путем решения систем линейных алгебраических уравнений. Модель кредитного скоринга как марковская цепь переходов между рейтингами.                                                                    | 2         |
| 7                        | Спектральная теория случайных процессов                      | Практическое занятие 7 | Преобразование Фурье для случайных процессов. Периодограмма Уэлча как оценка СПМ. Вычисление спектра временного ряда средствами SciPy.                                                                                                                                    | 2         |
| 8                        | Спектральная теория случайных процессов                      | Практическое занятие 8 | Фильтрация шума во временных рядах (низкочастотные и высокочастотные фильтры). Сглаживание данных методом скользящего среднего в частотной области.                                                                                                                       | 2         |
| <b>Итого за семестр:</b> |                                                              |                        |                                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>16</b> |
| <b>Итого:</b>            |                                                              |                        |                                                                                                                                                                                                                                                                           | <b>16</b> |

#### 4.4. Содержание самостоятельной работы

| Наименование раздела                                         | Вид самостоятельной работы | Содержание самостоятельной работы<br>(перечень дидактических единиц: рассматриваемых подтем, вопросов)                                                                                                                                        | Количество часов |
|--------------------------------------------------------------|----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| <b>5 семестр</b>                                             |                            |                                                                                                                                                                                                                                               |                  |
| Основные понятия теории случайных процессов                  | Самостоятельная работа     | Изучение доказательств теоремы Колмогорова. Анализ свойств траекторий различных случайных процессов (непрерывность, дифференцируемость в среднем квадратичном). Подготовка к коллоквиуму по терминологии первого раздела.                     | 6                |
| Гауссовские процессы и броуновское движение                  | Самостоятельная работа     | Численное моделирование геометрического броуновского движения с различными параметрами волатильности и дрейфа. Визуализация влияния параметров на форму траекторий. Изучение концепции мартингалов и их применение в модели Блэка-Шоулза.     | 8                |
| Процессы с независимыми приращениями и стационарные процессы | Самостоятельная работа     | Исследование нестационарности реальных экономических временных рядов (например, курса валют или индекса акций) с помощью построения АКФ и PACF. Моделирование системы M/M/n для оптимизации количества касс в ритейле.                        | 8                |
| Марковские цепи и их приложения                              | Самостоятельная работа     | Построение предиктивной модели оттока клиентов (churn prediction) на основе марковских цепей. Программная реализация матричного умножения для прогнозирования распределения пользователей по статусам на n шагов вперед.                      | 6                |
| Спектральная теория случайных процессов                      | Самостоятельная работа     | Анализ частотных компонент в финансовых данных (выявление скрытых циклов активности покупателей или сезонных колебаний спроса). Сравнение эффективности спектрального сглаживания и авторегрессионных моделей (ARIMA) на одном наборе данных. | 8                |
| <b>Итого за семестр:</b>                                     |                            |                                                                                                                                                                                                                                               | <b>36</b>        |
| <b>Итого:</b>                                                |                            |                                                                                                                                                                                                                                               | <b>36</b>        |

#### 5. Перечень учебной литературы и учебно-методического обеспечения по дисциплине (модулю)

| №<br>п/п                  | Библиографическое описание                                                                                                                                                 | Ресурс НТБ<br>СамГТУ<br>(ЭБС СамГТУ,<br>IPRbooks и т.д.) |
|---------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| Основная литература       |                                                                                                                                                                            |                                                          |
| 1                         | Вентцель, Е.С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения : учеб.пособие / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров .- 5-е изд., стер..- М., Кнорус, 2010.- 439 с.                | Книжный фонд                                             |
| 2                         | Ширяев, А.Н. Вероятность : Учеб. пособие / А. Н. Ширяев .- 2-е изд.,перераб. и доп..- М., Наука, 1989.- 640 с.                                                             | Книжный фонд                                             |
| Дополнительная литература |                                                                                                                                                                            |                                                          |
| 3                         | Андерсон, Т. Статистический анализ временных рядов : Пер.с англ. / Под ред.Ю.К.Беляева.- М., Мир, 1976.- 755 с.                                                            | Книжный фонд                                             |
| 4                         | Кашьяп, Р.Л. Построение динамических стохастических моделей по экспериментальным данным : Пер.с англ. / Р.Л.Кашьяп,А.Р.Рао;Под ред.В.С.Пугачева.- М., Наука, 1983.- 383 с. | Книжный фонд                                             |

Доступ обучающихся к ЭР НТБ СамГТУ (elib.samgtu.ru) осуществляется посредством электронной информационной образовательной среды университета и сайта НТБ СамГТУ по логину и паролю.

#### **6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения**

При проведении лекционных занятий используется мультимедийное оборудование.

Организовано взаимодействие обучающегося и преподавателя с использованием электронной ин-формационной образовательной среды университета.

| №<br>п/п | Наименование | Производитель                              | Способ<br>распространения    |
|----------|--------------|--------------------------------------------|------------------------------|
| 1        | Python       | Python Software Foundation<br>(Зарубежный) | Свободно<br>распространяемое |

#### **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», профессиональных баз данных, информационно-справочных систем**

| №<br>п/п | Наименование                         | Краткое описание                                           | Режим доступа             |
|----------|--------------------------------------|------------------------------------------------------------|---------------------------|
| 1        | Электронно-библиотечная система Лань | <a href="http://www.e.lanbook.com/">www.e.lanbook.com/</a> | Ресурсы открытого доступа |
| 2        | Научная электронная библиотека       | <a href="http://elibrary.ru/">http://elibrary.ru/</a>      | Ресурсы открытого доступа |

#### **8. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

##### **Лекционные занятия**

- аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук), программное обеспечение: MS Excel, MS Word);

- аудитория, оснащенная учебной мебелью: столы, стулья для обучающихся; стол, стул для преподавателя.

#### **Практические занятия**

- аудитория, оснащенная презентационной техникой (проектор, экран, компьютер/ноутбук), программное обеспечение: MS Excel, MS Word);

- аудитория, оснащенная учебной мебелью: столы, стулья для обучающихся; стол, стул для преподавателя.

#### **Самостоятельная работа**

- компьютерный класс, оснащенный компьютерами с доступом в Интернет и обеспечивающие доступ в электронно-информационную образовательную среду СамГТУ читальный зал НТБ СамГТУ (ауд. 200 корпус №8; ауд. 125 корпус № 1; ауд. 41, 31, 34, 35 Главный корпус библиотеки; ауд. 83а, 414, 416, 0209 12 корпус; ауд. 401 корпус №10);

- пакеты ПО общего назначения (MS Excel, MS Word);

- материально-техническое обеспечение НТБ СамГТУ;

- ресурсы УИТ СамГТУ.

## **9. Методические материалы**

### **Методические рекомендации при работе на лекции**

До лекции студент должен просмотреть учебно-методическую и научную литературу по теме лекции с тем, чтобы иметь представление о проблемах, которые будут разбираться в лекции.

Перед началом лекции обучающимся сообщается тема лекции, план, вопросы, подлежащие рассмотрению, доводятся основные литературные источники. Весь учебный материал, сообщаемый преподавателем, должен не просто прослушиваться. Он должен быть активно воспринят, т.е. услышан, осмыслен, понят, зафиксирован на бумаге и закреплён в памяти. Приступая к слушанию нового учебного материала, полезно мысленно установить его связь с ранее изученным. Следя за техникой чтения лекции (акцент на существенном, повышение тона, изменение ритма, пауза и т.п.), необходимо вслед за преподавателем уметь выделять основные категории, законы и определять их содержание, проблемы, предполагать их возможные решения, доказательства и выводы. Осуществляя такую работу, можно значительно облегчить себе понимание учебного материала, его конспектирование и дальнейшее изучение.

Конспектирование лекции позволяет обработать, систематизировать и лучше сохранить полученную информацию с тем, чтобы в будущем можно было восстановить в памяти основные, содержательные моменты. Типичная ошибка, совершаемая обучающимся, дословное конспектирование речи преподавателя. Как правило, при записи «слово в слово» не остается времени на обдумывание, анализ и синтез информации. Отбирая нужную информацию, главные мысли, проблемы, решения и выводы, необходимо сокращать текст, строить его таким образом, чтобы потом можно было легко в нем разобраться. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых можно будет делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. С окончанием лекции работа над конспектом не может считаться завершённой. Нужно еще восстановить отдельные места, проверить, все ли понятно, уточнить что-то на консультации и т.п. с тем, чтобы конспект мог быть использован в процессе подготовки к практическим занятиям, зачету, экзамену. Конспект лекции – незаменимый учебный документ, необходимый для самостоятельной работы.

### **Методические рекомендации при подготовке и работе на практическом занятии**

Практические занятия по дисциплине проводятся в целях выработки практических умений и приобретения навыков в решении профессиональных задач.

Рекомендуется следующая схема подготовки к практическому занятию:

1. ознакомление с планом практического занятия, который отражает содержание предложенной темы;

2. проработка конспекта лекции;
3. чтение рекомендованной литературы;
4. подготовка ответов на вопросы плана практического занятия;
5. выполнение тестовых заданий, задач и др.

Подготовка обучающегося к практическому занятию производится по вопросам, разработанным для каждой темы практических занятий и (или) лекций. В процессе подготовки к практическим занятиям, необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной литературы.

Работа студентов во время практического занятия осуществляется на основе заданий, которые выдаются обучающимся в начале или во время занятия. На практических занятиях приветствуется активное участие в обсуждении конкретных ситуаций, способность на основе полученных знаний находить наиболее эффективные решения поставленных проблем, уметь находить полезный дополнительный материал по тематике занятий. Обучающимся необходимо обращать внимание на основные понятия, алгоритмы, определять практическую значимость рассматриваемых вопросов. На практических занятиях обучающиеся должны уметь выполнить расчет по заданным параметрам или выработать определенные решения по обозначенной проблеме. Задания могут быть групповые и индивидуальные. В зависимости от сложности предлагаемых заданий, целей занятия, общей подготовки обучающихся преподаватель может подсказать обучающимся алгоритм решения или первое действие, или указать общее направление рассуждений. Полученные результаты обсуждаются с позиций их адекватности или эффективности в рассмотренной ситуации.

## Методические рекомендации по выполнению самостоятельной работы

Организация самостоятельной работы обучающихся ориентируется на активные методы овладения знаниями, развитие творческих способностей, переход от поточного к индивидуализированному обучению с учетом потребностей и возможностей обучающегося.

Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной литературой, материалами периодических изданий и Интернета является наиболее эффективным методом получения дополнительных знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала. Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса.

Самостоятельная работа реализуется:

- непосредственно в процессе аудиторных занятий;
- на лекциях, практических занятиях;
- в контакте с преподавателем вне рамок расписания;
- на консультациях по учебным вопросам, в ходе творческих контактов, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.;
- в библиотеке, дома, на кафедре при выполнении обучающимся учебных и практических задач.

Эффективным средством осуществления обучающимся самостоятельной работы является электронная информационно-образовательная среда университета, которая обеспечивает доступ к учебным планам, рабочим программам дисциплин (модулей), практик, к изданиям электронных библиотечных систем.

## 10. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств представлен в приложении № 1.

Приложение 1 к рабочей программе дисциплины  
Б1.О.03.06 «Случайные процессы»

**Фонд оценочных средств  
по дисциплине  
Б1.О.03.06 «Случайные процессы»**

|                                                     |                                                                               |
|-----------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Код и направление подготовки (специальность)</b> | 02.03.03 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем |
| <b>Направленность (профиль)</b>                     | Анализ данных в бизнес-аналитике                                              |
| <b>Квалификация</b>                                 | Бакалавр                                                                      |
| <b>Форма обучения</b>                               | Очная                                                                         |
| <b>Год начала подготовки</b>                        | 2026                                                                          |
| <b>Институт / факультет</b>                         | Институт инженерно-экономического и гуманитарного образования                 |
| <b>Выпускающая кафедра</b>                          | кафедра "Высшая математика"                                                   |
| <b>Кафедра-разработчик</b>                          | кафедра "Высшая математика"                                                   |
| <b>Объем дисциплины, ч. / з.е.</b>                  | 108 / 3                                                                       |
| <b>Форма контроля (промежуточная аттестация)</b>    | Зачет с оценкой                                                               |

**Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю),  
соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной  
программы**

| <b>Наименование<br/>категории<br/>(группы)<br/>компетенций</b>    | <b>Код и<br/>наименование<br/>компетенции</b>                                                                                                                                                                                       | <b>Код и наименование<br/>индикатора достижения<br/>компетенции</b>                                                          | <b>Результаты обучения<br/>(знать, уметь, владеть,<br/>соотнесенные с<br/>индикаторами<br/>достижения<br/>компетенции)</b> |
|-------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Общепрофессиональные компетенции</b>                           |                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                              |                                                                                                                            |
| Теоретические и практические основы профессиональной деятельности | ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности                                                                   | ОПК-1.1 Знать: алгебраические, теоретико-вероятностные и статистические методы для использования в анализе больших данных    | Знать алгебраические, теоретико-вероятностные и статистические методы для использования в анализе больших данных.          |
|                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                     | ОПК-1.2 Уметь: строить математические модели, отражающие закономерности и взаимосвязи между факторами больших данных         | Уметь строить математические модели, отражающие закономерности и взаимосвязи между факторами больших данных.               |
|                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                     | ОПК-1.3 Владеть: алгебраическими, теоретико-вероятностными и статистическими понятиями для построения математических моделей | Владеть алгебраическими, теоретико-вероятностными и статистическими понятиями для построения математических моделей.       |
|                                                                   | ОПК-2 Способен применять современный математический аппарат, связанный с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности | ОПК-2.1 Знать: вычислительные алгоритмы оптимизации и численные методы решения больших линейных систем                       | Знать вычислительные алгоритмы оптимизации и численные методы решения больших линейных систем.                             |
|                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                              |                                                                                                                            |

|  |  |                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                             |
|--|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  | ОПК-2.2 Уметь: реализовывать различные математические модели (в том числе регрессионные) в виде вычислительных алгоритмов                                           | Уметь реализовывать различные математические модели (в том числе регрессионные) в виде вычислительных алгоритмов.                                           |
|  |  | ОПК-2.3 Владеть: навыками скользящего контроля алгоритма, настроенного на обучающей выборке, и навыками регуляризации алгоритма для предотвращения его переобучения | Владеть навыками скользящего контроля алгоритма, настроенного на обучающей выборке, и навыками регуляризации алгоритма для предотвращения его переобучения. |

### Матрица соответствия оценочных средств запланированным результатам обучения

| Код индикатора достижения компетенции                                                                                        | Результаты обучения                                                                                                         | Оценочные средства    | Текущий контроль успеваемости | Промежуточная аттестация |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|-------------------------------|--------------------------|
| <b>Основные понятия теории случайных процессов</b>                                                                           |                                                                                                                             |                       |                               |                          |
| ОПК-1.1 Знать: алгебраические, теоретико-вероятностные и статистические методы для использования в анализе больших данных    | <b>Знать</b> алгебраические, теоретико-вероятностные и статистические методы для использования в анализе больших данных.    | подготовка к зачету   | Да                            | Да                       |
| ОПК-1.2 Уметь: строить математические модели, отражающие закономерности и взаимосвязи между факторами больших данных         | <b>Уметь</b> строить математические модели, отражающие закономерности и взаимосвязи между факторами больших данных.         | подготовка к зачету   | Да                            | Да                       |
| ОПК-1.3 Владеть: алгебраическими, теоретико-вероятностными и статистическими понятиями для построения математических моделей | <b>Владеть</b> алгебраическими, теоретико-вероятностными и статистическими понятиями для построения математических моделей. | подготовка к зачету   | Да                            | Да                       |
| ОПК-2.1 Знать: вычислительные алгоритмы оптимизации и численные методы решения больших линейных систем                       | <b>Знать</b> вычислительные алгоритмы оптимизации и численные методы решения больших линейных систем.                       | подготовка к экзамену | Да                            | Да                       |
| ОПК-2.2 Уметь: реализовывать различные математические модели (в том числе регрессионные) в виде вычислительных алгоритмов    | <b>Уметь</b> реализовывать различные математические модели (в том числе регрессионные) в виде вычислительных алгоритмов.    | подготовка к экзамену | Да                            | Да                       |

|                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                    |                       |    |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|----|----|
| ОПК-2.3 Владеть: навыками скользящего контроля алгоритма, настроенного на обучающей выборке, и навыками регуляризации алгоритма для предотвращения его переобучения | <b>Владеть</b> навыками скользящего контроля алгоритма, настроенного на обучающей выборке, и навыками регуляризации алгоритма для предотвращения его переобучения. | подготовка к экзамену | Да | Да |
| <b>Гауссовские процессы и броуновское движение</b>                                                                                                                  |                                                                                                                                                                    |                       |    |    |
| ОПК-1.1 Знать: алгебраические, теоретико-вероятностные и статистические методы для использования в анализе больших данных                                           | <b>Знать</b> алгебраические, теоретико-вероятностные и статистические методы для использования в анализе больших данных.                                           | подготовка к экзамену | Да | Да |
| ОПК-1.2 Уметь: строить математические модели, отражающие закономерности и взаимосвязи между факторами больших данных                                                | <b>Уметь</b> строить математические модели, отражающие закономерности и взаимосвязи между факторами больших данных.                                                | подготовка к экзамену | Да | Да |
| ОПК-1.3 Владеть: алгебраическими, теоретико-вероятностными и статистическими понятиями для построения математических моделей                                        | <b>Владеть</b> алгебраическими, теоретико-вероятностными и статистическими понятиями для построения математических моделей.                                        | подготовка к экзамену | Да | Да |
| ОПК-2.1 Знать: вычислительные алгоритмы оптимизации и численные методы решения больших линейных систем                                                              | <b>Знать</b> вычислительные алгоритмы оптимизации и численные методы решения больших линейных систем.                                                              | подготовка к экзамену | Да | Да |
| ОПК-2.2 Уметь: реализовывать различные математические модели (в том числе регрессионные) в виде вычислительных алгоритмов                                           | <b>Уметь</b> реализовывать различные математические модели (в том числе регрессионные) в виде вычислительных алгоритмов.                                           | подготовка к экзамену | Да | Да |
| ОПК-2.3 Владеть: навыками скользящего контроля алгоритма, настроенного на обучающей выборке, и навыками регуляризации алгоритма для предотвращения его переобучения | <b>Владеть</b> навыками скользящего контроля алгоритма, настроенного на обучающей выборке, и навыками регуляризации алгоритма для предотвращения его переобучения. | подготовка к экзамену | Да | Да |
| <b>Процессы с независимыми приращениями и стационарные процессы</b>                                                                                                 |                                                                                                                                                                    |                       |    |    |

|                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                    |                       |    |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|----|----|
| ОПК-1.1 Знать: алгебраические, теоретико-вероятностные и статистические методы для использования в анализе больших данных                                           | <b>Знать</b> алгебраические, теоретико-вероятностные и статистические методы для использования в анализе больших данных.                                           | подготовка к экзамену | Да | Да |
| ОПК-1.2 Уметь: строить математические модели, отражающие закономерности и взаимосвязи между факторами больших данных                                                | <b>Уметь</b> строить математические модели, отражающие закономерности и взаимосвязи между факторами больших данных.                                                | подготовка к экзамену | Да | Да |
| ОПК-1.3 Владеть: алгебраическими, теоретико-вероятностными и статистическими понятиями для построения математических моделей                                        | <b>Владеть</b> алгебраическими, теоретико-вероятностными и статистическими понятиями для построения математических моделей.                                        | подготовка к экзамену | Да | Да |
| ОПК-2.1 Знать: вычислительные алгоритмы оптимизации и численные методы решения больших линейных систем                                                              | <b>Знать</b> вычислительные алгоритмы оптимизации и численные методы решения больших линейных систем.                                                              | подготовка к экзамену | Да | Да |
| ОПК-2.2 Уметь: реализовывать различные математические модели (в том числе регрессионные) в виде вычислительных алгоритмов                                           | <b>Уметь</b> реализовывать различные математические модели (в том числе регрессионные) в виде вычислительных алгоритмов.                                           | подготовка к экзамену | Да | Да |
| ОПК-2.3 Владеть: навыками скользящего контроля алгоритма, настроенного на обучающей выборке, и навыками регуляризации алгоритма для предотвращения его переобучения | <b>Владеть</b> навыками скользящего контроля алгоритма, настроенного на обучающей выборке, и навыками регуляризации алгоритма для предотвращения его переобучения. | подготовка к экзамену | Да | Да |
| <b>Марковские цепи и их приложения</b>                                                                                                                              |                                                                                                                                                                    |                       |    |    |
| ОПК-1.1 Знать: алгебраические, теоретико-вероятностные и статистические методы для использования в анализе больших данных                                           | <b>Знать</b> алгебраические, теоретико-вероятностные и статистические методы для использования в анализе больших данных.                                           | подготовка к экзамену | Да | Да |
| ОПК-1.2 Уметь: строить математические модели, отражающие закономерности и взаимосвязи между факторами больших данных                                                | <b>Уметь</b> строить математические модели, отражающие закономерности и взаимосвязи между факторами больших данных.                                                | подготовка к экзамену | Да | Да |

|                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                    |                       |    |    |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|----|----|
| ОПК-1.3 Владеть: алгебраическими, теоретико-вероятностными и статистическими понятиями для построения математических моделей                                        | <b>Владеть</b> алгебраическими, теоретико-вероятностными и статистическими понятиями для построения математических моделей.                                        | подготовка к экзамену | Да | Да |
| ОПК-2.1 Знать: вычислительные алгоритмы оптимизации и численные методы решения больших линейных систем                                                              | <b>Знать</b> вычислительные алгоритмы оптимизации и численные методы решения больших линейных систем.                                                              | подготовка к экзамену | Да | Да |
| ОПК-2.2 Уметь: реализовывать различные математические модели (в том числе регрессионные) в виде вычислительных алгоритмов                                           | <b>Уметь</b> реализовывать различные математические модели (в том числе регрессионные) в виде вычислительных алгоритмов.                                           | подготовка к экзамену | Да | Да |
| ОПК-2.3 Владеть: навыками скользящего контроля алгоритма, настроенного на обучающей выборке, и навыками регуляризации алгоритма для предотвращения его переобучения | <b>Владеть</b> навыками скользящего контроля алгоритма, настроенного на обучающей выборке, и навыками регуляризации алгоритма для предотвращения его переобучения. | подготовка к экзамену | Да | Да |
| <b>Спектральная теория случайных процессов</b>                                                                                                                      |                                                                                                                                                                    |                       |    |    |
| ОПК-1.1 Знать: алгебраические, теоретико-вероятностные и статистические методы для использования в анализе больших данных                                           | <b>Знать</b> алгебраические, теоретико-вероятностные и статистические методы для использования в анализе больших данных.                                           | подготовка к экзамену | Да | Да |
| ОПК-1.2 Уметь: строить математические модели, отражающие закономерности и взаимосвязи между факторами больших данных                                                | <b>Уметь</b> строить математические модели, отражающие закономерности и взаимосвязи между факторами больших данных.                                                | подготовка к экзамену | Да | Да |
| ОПК-1.3 Владеть: алгебраическими, теоретико-вероятностными и статистическими понятиями для построения математических моделей                                        | <b>Владеть</b> алгебраическими, теоретико-вероятностными и статистическими понятиями для построения математических моделей.                                        | подготовка к экзамену | Да | Да |
| ОПК-2.1 Знать: вычислительные алгоритмы оптимизации и численные методы решения больших линейных систем                                                              | <b>Знать</b> вычислительные алгоритмы оптимизации и численные методы решения больших линейных систем.                                                              | подготовка к экзамену | Да | Да |

|                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                             |                       |    |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------|----|----|
| ОПК-2.2 Уметь:<br>реализовывать<br>различные<br>математические<br>модели (в том числе<br>регрессионные) в виде<br>вычислительных<br>алгоритмов                                                 | <b>Уметь</b> реализовывать различные<br>математические модели (в том числе<br>регрессионные) в виде вычислительных<br>алгоритмов.                                           | подготовка к экзамену | Да | Да |
| ОПК-2.3 Владеть:<br>навыками скользящего<br>контроля алгоритма,<br>настроенного на<br>обучающей выборке, и<br>навыками<br>регуляризации<br>алгоритма для<br>предотвращения его<br>переобучения | <b>Владеть</b> навыками скользящего контроля<br>алгоритма, настроенного на обучающей<br>выборке, и навыками регуляризации алгоритма<br>для предотвращения его переобучения. | подготовка к экзамену | Да | Да |

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций в ходе освоения образовательной программы

## 1. Текущий контроль (оценка практических навыков на занятиях)

### Задание 1. Расчет характеристик (ОПК-1.1, ОПК-1.3)

- **Условие:** Задан случайный процесс  $X(t) = A \cos(\omega t + \Phi)$ , где  $A$  и  $\omega$  — константы, а случайная величина  $\Phi$  равномерно распределена на интервале  $[0, 2\pi]$ . Найти математическое ожидание  $E[X(t)]$ , дисперсию  $D[X(t)]$  и автокорреляционную функцию  $R_X(t_1, t_2)$ . Является ли процесс стационарным в широком смысле?
- **Проверяемые навыки:** работа с операторами математического ожидания, тригонометрические преобразования, определение свойств стационарности.

### Задание 2. Поток событий (ОПК-1.2, ОПК-2.2)

- **Условие:** Поток заявок в колл-центр описывается пуассоновским процессом с интенсивностью  $\lambda = 4$  заявки в минуту. Какова вероятность того, что за 3-минутный интервал поступит ровно 10 заявок? Какова вероятность того, что интервал между двумя последовательными заявками превысит 20 секунд?
- **Проверяемые навыки:** применение формулы распределения Пуассона, работа с экспоненциальным распределением интервалов.

## 2. Рубежный контроль (оценка по разделам)

### Задание 3. Моделирование броуновского движения (ОПК-1.2, ОПК-2.2)

- **Условие:** Напишите функцию на Python, реализующую генерацию одной траектории геометрического броуновского движения, заданного стохастическим дифференциальным уравнением  $dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t$ ,  $W_t$  — винеровский процесс. Параметры:  $\mu = 0.05$ ,  $\sigma = 0.2$ ,  $S_0 = 100$ , временной горизонт  $T=1$  год, шаг  $\Delta t = 1/252$  (рабочие дни). Постройте график полученной траектории.
- **Проверяемые навыки:** численные методы решения СДУ (метод Эйлера-Маруямы), владение библиотеками NumPy и Matplotlib, понимание финансовой интерпретации модели.

### Задание 4. Марковские цепи (ОПК-1.3, ОПК-2.3)

- **Условие:** Клиент банка может находиться в одном из трех состояний: 1 — «Активный», 2 — «Редко пользуется», 3 — «Закрыв счет». Матрица переходных вероятностей за месяц:

$$P = \begin{pmatrix} 0.85 & 0.10 & 0.05 \\ 0.20 & 0.70 & 0.10 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Найдите стационарное распределение вероятностей. Какую долю клиентов банк потеряет (переведет в состояние 3) в долгосрочной перспективе, если текущее распределение составляет  $[0.7, 0.3, 0]$ ?

- **Проверяемые навыки:** решение систем линейных алгебраических уравнений, поиск собственных векторов матриц, интерпретация поглощающих состояний.

### 3. Промежуточная аттестация

#### Блок А. Теоретические вопросы (ОПК-1.1)

1. Дайте определение случайного процесса. Что такое конечномерные распределения? Сформулируйте теорему Колмогорова о согласованных распределениях.
2. Опишите основные свойства винеровского процесса. Почему его траектории почти наверняка нигде не дифференцируемы, и как это свойство используется при моделировании финансовых рынков?
3. Дайте определение стационарности в широком смысле. Сформулируйте теорему Хинчина-Винера, связывающую ковариационную функцию и спектральную плотность мощности.
4. Выведите уравнение Колмогорова-Чепмена для дискретных марковских цепей. Что такое эргодическая теорема для цепей Маркова?

#### Блок Б. Практические задания (ОПК-1.2, ОПК-2.2, ОПК-2.3)

**5. Анализ временного ряда.** Дан временной ряд ежедневных продаж товара за 100 дней (массив данных прилагается). Рассчитайте его автокорреляционную функцию (АКФ) до лага 10. Постройте коррелограмму. Сделайте вывод о наличии трендовой составляющей или сезонности. **6. Спектральный анализ.** Для зашумленного сигнала (данные прилагаются) вычислите периодограмму. Выделите доминирующую частоту. Предложите алгоритм цифрового фильтра для удаления высокочастотного шума и обоснуйте выбор его параметров. **7. Оценка рисков.** Цена акции следует геометрическому броуновскому движению с  $\mu = 0.1$  и  $\sigma = 0.3$ . Оцените с помощью метода Монте-Карло (10 000 траекторий) вероятность того, что через полгода цена акции упадет более чем на 20% от текущего уровня.

#### Критерии оценки:

- Оценка «отлично» выставляется за полное и математически строгое решение теоретических задач, корректный код на Python/MATLAB для практических заданий и верную экономическую или бизнес-интерпретацию полученных результатов.
- Оценка «хорошо» выставляется при наличии незначительных вычислительных погрешностей или неполной интерпретации графиков, но при верном выборе метода решения.
- Оценка «удовлетворительно» выставляется при понимании общего алгоритма решения, но наличии существенных ошибок в формулах или реализации кода, которые не позволили получить верный численный ответ.

1. Определение случайного процесса. Классификация случайных процессов (дискретное/непрерывное время, дискретное/непрерывное пространство состояний).
2. Траектории (реализации) случайного процесса. Понятие конечномерных распределений.
3. Теорема Колмогорова о согласованных распределениях (суть и значение).
4. Математическое ожидание, дисперсия и ковариационная функция случайного процесса.
5. Понятия стационарности: строгая стационарность и стационарность в широком смысле.
6. Автокорреляционная функция (АКФ) и ее основные свойства.
7. Винеровский процесс (броуновское движение): определение и основные свойства траекторий.
8. Свойство независимых приращений винеровского процесса.
9. Геометрическое броуновское движение как модель цены финансового актива.
10. Стохастическое дифференциальное уравнение для геометрического броуновского движения.
11. Численное моделирование стохастических процессов: метод Эйлера-Маруямы.
12. Пуассоновский процесс (простейший поток событий): определение, интенсивность, отсутствие последствия.
13. Распределение интервалов времени между событиями в пуассоновском процессе.
14. Процессы с независимыми приращениями: общее определение и примеры.
15. Мартингалы: определение и их применение в моделях честной игры и финансах.
16. Дискретные марковские цепи с дискретным временем. Марковское свойство.
17. Матрица переходных вероятностей марковской цепи.
18. Граф состояний марковской цепи.
19. Классификация состояний марковской цепи: возвратные, невозвратные, поглощающие.
20. Стационарное распределение марковской цепи. Уравнения равновесия.
21. Непрерывные марковские цепи. Уравнения Колмогорова (прямое и обратное).
22. Стационарные процессы в широком смысле. Теорема Хинчина-Винера.

23. Спектральное разложение стационарного процесса.
24. Спектральная плотность мощности (СПМ) и ее физический смысл.
25. Белый шум: определение и вид спектральной плотности.
26. Периодограмма как оценка спектральной плотности мощности.
27. Линейные преобразования случайных процессов. Частотная характеристика фильтра.
28. Применение спектрального анализа для фильтрации шума в зашумленных сигналах.
29. Понятие эргодичности случайного процесса по отношению к среднему значению.
30. Применение аппарата случайных процессов для моделирования оттока клиентов (churn prediction) и кредитного скоринга.

#### Тесты по компетенциям

Типовые задания для промежуточной аттестации по дисциплине

Дисциплина Б1.О.03.06 «Случайные процессы»

Направление подготовки 02.03.03 Математическое обеспечение и

администрирование информационных систем

Профиль Анализ данных в бизнес-аналитике

| № задания                                                                                                                                                         | Содержание задания                                                                                                                   | Ключ к ответу                                                                                                                                                                                                   | Наименование темы РПД                       | Семестр |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------|---------|
| ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности |                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                 |                                             |         |
| 1                                                                                                                                                                 | Дайте определение случайного процесса $X(t, \omega)$ . Что в данном определении понимается под «траекторией» (реализацией) процесса? | Случайный процесс — это семейство случайных величин, зависящих от параметра $t \in T$ . Траектория — это конкретная функция $x(t)$ , которую принимает процесс при фиксированном элементарном исходе $\omega$ . | Основные понятия теории случайных процессов | 5       |
| 2                                                                                                                                                                 | Сформулируйте теорему Колмогорова о согласованных                                                                                    | Теорема утверждает, что если система конечномерных распределений удовлетворяет условиям согласованности, то                                                                                                     | Основные понятия теории случайных процессов | 5       |

|   |                                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                            |                                                              |   |
|---|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|---|
|   | распределениях. Какую фундаментальную проблему теории вероятностей она решает?                                                                                       | существует случайный процесс, имеющий именно такие распределения. Она решает проблему существования процесса с заданными свойствами.                                       |                                                              |   |
| 3 | Пусть $X(t) = A \cos(\omega_0 t + \Phi)$ , где $\Phi \sim U[0, 2\pi]$ . Чему равно математическое ожидание $E[X(t)]$ ?                                               | (так как интеграл от косинуса по полному периоду равномерного распределения фазы равен нулю).                                                                              | Основные понятия теории случайных процессов                  | 5 |
| 4 | Дайте определение стационарности случайного процесса в широком смысле. Какие два условия должны выполняться?                                                         | Математическое ожидание $E[X(t)] = \text{const}$ . 2) Ковариационная функция $R_X(t_1, t_2)$ зависит только от разности аргументов $\tau = t_2 - t_1$ .                    | Процессы с независимыми приращениями и стационарные процессы | 5 |
| 5 | Какова размерность спектральной плотности мощности (СПМ) стационарного процесса, если размерность самого процесса — Вольты (В), а размерность времени — секунды (с)? | (или $B^2 / \Gamma$ ).                                                                                                                                                     | Спектральная теория случайных процессов                      | 5 |
| 6 | Сформулируйте марковское свойство для дискретной цепи с дискретным временем.                                                                                         | Вероятность перехода в будущее состояние зависит только от текущего состояния системы и не зависит от того, как процесс попал в это состояние (не зависит от предистории). | Марковские цепи и их приложения                              | 5 |
| 7 | Для винеровского процесса $W(t)$ вычислите дисперсию приращения $D[W(t) - W(s)]$ при $t > s$ .                                                                       | (дисперсия приращения пропорциональна длине интервала времени).                                                                                                            | Гауссовские процессы и броуновское движение                  | 5 |

|                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                    |                                                              |   |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|---|
| 8                                                                                                                                                                                                                                   | Какой вид имеет плотность распределения времени ожидания первого события в пуассоновском потоке с интенсивностью $\lambda$ ?                                                                                                              | Экспоненциальное распределение:                                                                                                                                                                                                    | Процессы с независимыми приращениями и стационарные процессы | 5 |
| 9                                                                                                                                                                                                                                   | Что такое «белый шум» с точки зрения его ковариационной функции и спектральной плотности?                                                                                                                                                 | Ковариационная функция — это дельта-функция Дирака $R(\tau) = \sigma^2 \delta(\tau)$ . Спектральная плотность — константа на всех частотах.                                                                                        | Спектральная теория случайных процессов                      | 5 |
| 10                                                                                                                                                                                                                                  | В чем заключается физический (или экономический) смысл эргодичности случайного процесса по отношению к математическому ожиданию?                                                                                                          | Эргодичность означает, что среднее по времени от одной бесконечно длинной реализации процесса совпадает с математическим ожиданием (средним по ансамблю) по множеству всех возможных реализаций.                                   | Основные понятия теории случайных процессов                  | 5 |
| ОПК-2 Способен применять современный математический аппарат, связанный с проектированием, разработкой, реализацией и оценкой качества программных продуктов и программных комплексов в различных областях человеческой деятельности |                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                                                                    |                                                              |   |
| 1                                                                                                                                                                                                                                   | Напишите фрагмент кода на Python (библиотека NumPy) для генерации $N$ траекторий стандартного винеровского процесса $W(t)$ на сетке $[0, T]$ с шагом $\Delta t$ . Укажите, какое распределение используется для моделирования приращений. | Приращения генерируются как $\text{np.random.normal}(0, \text{np.sqrt}(\Delta t), \text{size}=(N, \text{steps}))$ и затем $\text{np.cumsum}$ вдоль оси времени. Используется нормальное распределение $\mathcal{N}(0, \Delta t)$ . | Гауссовские процессы и броуновское движение                  | 5 |
| 2                                                                                                                                                                                                                                   | В чем заключается метод Эйлера-Маруямы для                                                                                                                                                                                                | $X_{n+1} = X_n + a(X_n, t_n) \Delta t + b(X_n, t_n) \Delta W_n$ , где $\Delta W_n \sim \mathcal{N}(0, \Delta t)$ .                                                                                                                 | Гауссовские процессы и                                       | 5 |

|   |                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                            |                                                              |   |
|---|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|---|
|   | численного решения стохастического дифференциального уравнения $dX_t = a(X_t, t)dt + b(X_t, t)dW_t$ ? Запишите итерационную формулу.                                                  |                                                                                                                                                                                                                            | броуновское движение                                         |   |
| 3 | Дан временной ряд $y = [y_1, y_2, \dots, y_N]$ . Напишите формулу для вычисления оценки автокорреляционной функции (АКФ) при лаге $k$ с использованием библиотеки Pandas или NumPy.   | <code>acf_k = np.corrcoef(y[k:], y[:-k])[0, 1]</code> или использование <code>pd.Series(y).autocorr(lag=k)</code> .                                                                                                        | Процессы с независимыми приращениями и стационарные процессы | 5 |
| 4 | Какую фундаментальную проблему вычислительной линейной алгебры необходимо решить для нахождения стационарного распределения дискретной марковской цепи с матрицей $P$ ?               | Необходимо найти собственный вектор матрицы $P^T$ , соответствующий собственному числу $\lambda = 1$ , и нормировать его так, чтобы сумма компонент равнялась 1 (решить систему $(P^T - I)\pi = 0$ при $\sum \pi_i = 1$ ). | Марковские цепи и их приложения                              | 5 |
| 5 | При реализации алгоритма прогнозирования оттока клиентов на основе марковских цепей, какую типичную ошибку (переобучение) может допустить разработчик при определении состояний цепи? | Слишком мелкая детализация состояний (создание слишком большого количества уникальных статусов клиента), что приводит к разреженной матрице переходов и невозможности обобщения на новых данных.                           | Марковские цепи и их приложения                              | 5 |
| 6 | Для фильтрации высокочастотного                                                                                                                                                       | 1) Вычислить <code>fft = np.fft.fft(signal)</code> .<br>2) Обнулить высокие частоты                                                                                                                                        | Спектральная теория                                          | 5 |

|    |                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                           |                                              |   |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------|---|
|    | шума из временного ряда с помощью быстрого преобразования Фурье (БПФ), какие конкретные шаги необходимо выполнить в коде?                                                                                    | в массиве <code>fft</code> (например, <code>fft[mask] = 0</code> ). 3) Выполнить обратное преобразование <code>np.fft.ifft(fft)</code> .                                                                                                                  | случайных процессов                          |   |
| 7  | При программной реализации оценки спектральной плотности мощности (СПМ) через периодограмму, почему прямое применение формулы $S_{xx}(f)$                                                                    | FFT                                                                                                                                                                                                                                                       | Гауссовские процессы и броуновское движение  | 5 |
| 8  | При моделировании геометрического броуновского движения $S_t$ методом Эйлера-Маруямы, почему логарифмирование процесса ( $X_t = \ln S_t$ ) часто предпочтительнее прямой дискретизации уравнения для $S_t$ ? | Логарифмирование позволяет использовать схему с сильным порядком сходимости 1.0 (схема Мильштейна или точное решение для логарифма), тогда как прямая схема Эйлера для $S_t$ имеет слабый порядок 0.5, и может давать отрицательные значения цены актива. | Гауссовские процессы и броуновское движение  | 5 |
| 9  | Какую библиотеку Python целесообразно использовать для визуализации матрицы переходных вероятностей марковской цепи размером $100 \times 100$ и почему?                                                      | Seaborn (функция <code>heatmap</code> ) или Matplotlib ( <code>spy</code> для разреженных матриц), так как они позволяют эффективно отобразить разреженность (большое количество нулей) и структуру связей, которые не видны в стандартной таблице.       | Марковские цепи и их приложения              | 5 |
| 10 | При реализации алгоритма скользящего среднего для                                                                                                                                                            | Увеличение $L$ уменьшает дисперсию (сглаживает шум), но увеличивает смещение (размывает резкие изменения сигнала).                                                                                                                                        | Спектральная теория случайных процессов (или |   |

|  |                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                |                                     |  |
|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|--|
|  | <p>сглаживания сигнала, как выбор ширины окна <math>L</math> влияет на смещение (bias) и дисперсию (variance) оценки? Какую вычислительную оптимизацию используют для ускорения расчета на больших рядах?</p> | <p>Оптимизация: использование пр.cumsum для вычисления суммы в окне за <math>O(N)</math> вместо <math>O(N \cdot L)</math>.</p> | <p>связь с цифровыми фильтрами)</p> |  |
|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|--|

## Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков по дисциплине «Случайные процессы»

**1. Общие положения** Оценивание в рамках дисциплины носит комплексный характер и направлено на проверку формирования компетенций ОПК-1 и ОПК-2. Процедура оценивания сочетает балльно-рейтинговую систему (БРС) для текущего контроля и традиционную экзаменационную оценку для промежуточной аттестации.

### 2. Виды и формы контроля

- **Текущий контроль:** проводится еженедельно на лекциях (устный опрос, экспресс-тесты) и практических занятиях (проверка решений задач, защита лабораторных работ).
- **Рубежный контроль:** проводится дважды в семестре (по окончании Раздела 2 и Раздела 4) в форме коллоквиума или контрольной работы.
- **Промежуточная аттестация:** экзамен в конце 5-го семестра.

**3. Балльно-рейтинговая система (БРС)** Максимальная сумма баллов за семестр — 100. Они распределяются следующим образом:

| Вид деятельности                  | Максимальный балл | Условия начисления                                                                                                                          |
|-----------------------------------|-------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Работа на лекциях и ПЗ            | 20                | Активность, ответы на вопросы, решение задач у доски.                                                                                       |
| Домашние задания (5 разделов)     | 25                | Своевременная сдача (по 5 баллов за раздел). Задания включают аналитические расчеты и написание кода на Python.                             |
| Рубежный контроль 1 (Разделы 1–2) | 15                | Письменная работа (теория + задача на гауссовские процессы).                                                                                |
| Рубежный контроль 2 (Разделы 3–4) | 15                | Письменная работа (стационарность + марковские цепи).                                                                                       |
| Проектная работа (Раздел 5)       | 15                | Индивидуальный проект: спектральный анализ реального бизнес-набора данных (например, данных о продажах или котировках) с написанием отчета. |
| Бонусные баллы                    | до 5              | Участие в научных кружках, решение задач повышенной сложности, исправление ошибок в коде сокурсников.                                       |

**4. Шкала перевода баллов в оценку (автоматическая аттестация)** Если по итогам БРС студент набирает:

- **86–100 баллов** (с учетом того, что сданы все контрольные точки) — выставляется оценка «отлично» (автомат) без сдачи экзамена.
- **71–85 баллов** — выставляется оценка «хорошо» (автомат).
- **51–70 баллов** — выставляется «удовлетворительно» (автомат).
- **0–50 баллов** или наличие несданных рубежных контролей — студент обязан сдавать экзамен.

*Важное условие:* для получения оценки «автоматом» студент обязан успешно защитить проектную работу (набрать за нее не менее 10 из 15 баллов).

**5. Процедура проведения экзамена** Экзамен проводится письменно и длится 2 академических часа (90 минут).

- **Структура билета:** 2 теоретических вопроса (Блок А) и 1 практическое задание (Блок Б).
- **Материальное обеспечение:** Разрешается пользоваться собственными рукописными конспектами (1 лист А4 с двух сторон) и калькулятором. Использование ноутбуков, телефонов и доступа в интернет на экзамене запрещено. Исключение: для практического задания (если оно требует кода) студенту предоставляется чистая виртуальная среда (Jupyter Notebook) без доступа к внешним библиотекам, написанным заранее.

#### **6. Критерии оценивания экзаменационной работы**

| Оценка      | Критерии                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|-------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Отлично (5) | Даны полные, логически выстроенные ответы на теоретические вопросы с использованием строгой математической терминологии. Практическое задание решено верно, ход решения обоснован. Код на Python (если требуется) синтаксически корректен, содержит комментарии и выдает верный результат. Студент уверенно отвечает на дополнительные вопросы по методам решения. |
| Хорошо (4)  | Теоретические вопросы раскрыты, но допущены 1–2 неточности в формулировках определений или теорем. В практическом задании выбран верный метод, но допущены вычислительные ошибки или недочеты в оформлении кода (отсутствие комментариев, неоптимальные переменные), не влияющие на принципиальную правильность алгоритма.                                         |

**Оценка****Критерии**

|                                |                                                                                                                                                          |
|--------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                | Студент демонстрирует общее понимание темы, но путается в определениях. Теоретические ответы неполные. В                                                 |
| <b>Удовлетворительно (3)</b>   | практическом задании намечен верный путь решения, но допущены грубые ошибки в расчетах или реализации алгоритма, приведшие к неверному числовому ответу. |
|                                | Теоретические вопросы не раскрыты или содержат                                                                                                           |
| <b>Неудовлетворительно (2)</b> | принципиальные ошибки. Практическое задание не начато или решено с грубыми нарушениями логики и методологии дисциплины.                                  |

**7. Процедура апелляции** В случае несогласия с оценкой студент имеет право подать апелляцию в течение 24 часов после оглашения результатов.

1. Студент подает письменное заявление на имя заведующего кафедрой.
2. Пересматривает работу комиссия в составе двух преподавателей (ведущий лектор и преподаватель, ведущий практические занятия), не принимавших экзамен у данной группы.
3. Комиссия проверяет работу на предмет объективности выставленных баллов и наличия «технических» ошибок проверяющего. Изменение оценки в сторону понижения в ходе апелляции не допускается.